

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение

МАОУ "Ангарский лицей № 1"

УТВЕРЖДЕНО

Директор

МАОУ «Ангарский лицей №1»

Белоус Н.Н.

Приказ от 30.08.2024г. №45.3-

о\д

Рабочая программа

факультативного курса по выбору

«Функциональные методы решения уравнений»

Составители:

Никифорова С.В., учитель математики

Куликова В.И., учитель математики

Шеина Н.Н., учитель математики

2024г.

Пояснительная записка

Рабочая программа факультативного курса «**Функциональные методы решения уравнений**» для обучающихся 10 –11 классов разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, с учётом современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования. Реализация программы обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

В школьном курсе алгебры учащиеся сталкиваются с уравнениями, решение которых требует длительных вычислений, а иногда чрезвычайно затруднительно. Как следствие возникает вопрос о существовании более простых, рациональных, изящных способов решения. Иногда такие способы отыскиваются благодаря применению свойств функций. Именно с их помощью можно привести заданное, на первый взгляд очень сложное, уравнение к равносильному, более простому уравнению.

Выделяют целый класс уравнений, решаемых на основании применения свойств функций. Такие уравнения называют функциональными. Существуют различные виды функциональных уравнений, различные приемы их решения. С их помощью можно облегчить решения ряда других уравнений школьного курса алгебры, изучение содержания которого позволит содействовать усвоению и иллюстрации свойств и основных действий над функциями, последовательностями

Развивающий потенциал курса заключается в его содействии повышению интереса учащихся к математике, развитию их творческих способностей, формированию исследовательских умений. В ходе изучения курса создаются условия для формирования основных ключевых компетенций (познавательных, коммуникативных, информационных).

Содержание курса ориентировано на учащихся 11 классов (в рамках осуществления профильной подготовки), является *предметно-ориентированным*, направленным на углубление и расширение знаний и умений школьников по решению заданий с использованием свойств функций. При изучении содержания курса систематизируются знания и закономерности двух основных содержательных линий школьного курса математики: линии уравнений и функциональной линии.

Программа курса разработана с учетом возрастных особенностей школьников:

- повышение познавательного интереса за счет различных форм организации занятий и подбора материала;
- формируется система отношений со сверстниками в различных ситуациях
- проявляется критическое отношение к окружающим

Цели:

- приобретение учащимися теоретических знаний и практических умений по решению функциональных уравнений.
- развитие творческих способностей учащихся, мышления,
- формирование и развитие умственных действий распознавания, вывода следствия и др.
- формирование у учащихся положительных мотивов учебной деятельности, привитие познавательного интереса, потребностей в расширении и приобретении знаний

Задачи:

- формирование у учащихся понятий «функциональное уравнение», «решение функционального уравнения», знаний и умений учащихся по теме исследования,
- формирование умения учащихся работать в группе
- формирование у учащихся самостоятельности, творческой активности, инициативы, как устойчивых качеств личности;
- обучение школьников умениям ставить промежуточные цели в своей учебной работе, планировать отдельные учебные действия и их последовательность;
- развитие эвристического и алгоритмического мышления выпускников посредством решения практических задач.

Краткое содержание предмета

№	Тема (раздел)	Кол-во часов	Проверочные, контрольные, зачетные работы (любой продолжительности, в т.ч. менее 40 минут)
1.	Функциональные уравнения $f(f(x)) = x$	6	Тест 1
2.	Функциональные уравнения $f(g(x)) = f(h(x))$	6	Тест 2
3.	Решение функциональных уравнений	6	Тест 3

4.	Функциональные уравнения $f(g(x)) + f(h(x)) = 0$, $f(f(\dots(f(x))\dots)) = f^{-1}(x)$ и уравнений вида $f(x) = f^{-1}(x)$	6	Тест 4
5.	Функциональные уравнения $f\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = xg(x)$ и уравнения вида $\frac{f(x)}{g(x)} = f^{-1}(xg(x))$	8	Тест 5

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Освоение учебного предмета «Математика» должно обеспечивать достижение на уровне среднего общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов:

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

Гражданское воспитание:

сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умением взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением.

Патриотическое воспитание:

сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к

прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики.

Духовно-нравственного воспитания:

осознанием духовных ценностей российского народа; сформированностью нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного; осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего.

Эстетическое воспитание:

эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства.

Физическое воспитание:

сформированностью умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); физического совершенствования, при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью.

Трудовое воспитание:

готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни; готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности.

Экологическое воспитание:

сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального характера экологических проблем; ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды.

Ценности научного познания:

сформированностью мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность

индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением универсальными **познавательными** действиями, универсальными коммуникативными действиями, универсальными регулятивными действиями.

1) Универсальные **познавательные** действия, обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления,

процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;
- выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;
- оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

2) *Универсальные коммуникативные действия, обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.*

Общение:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы и

координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) *Универсальные **регулятивные** действия, обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.*

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Освоение учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

Числа и вычисления

Оперировать понятиями: натуральное, целое число; использовать признаки делимости целых чисел, разложение числа на простые множители для решения задач.

Оперировать понятием: степень с рациональным показателем.

Оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы.

Уравнения и неравенства

Применять свойства степени для преобразования выражений; оперировать понятиями: показательное уравнение и неравенство; решать основные типы показательных уравнений и неравенств.

Выполнять преобразования выражений, содержащих логарифмы; оперировать понятиями: логарифмическое уравнение и неравенство; решать основные типы логарифмических уравнений и неравенств.

Находить решения простейших тригонометрических неравенств.

Оперировать понятиями: система линейных уравнений и её решение; использовать систему линейных уравнений для решения практических задач.

Находить решения простейших систем и совокупностей рациональных уравнений и неравенств.

Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Функции и графики

Оперировать понятиями: периодическая функция, промежутки монотонности функции, точки экстремума функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; использовать их для исследования функции, заданной графиком.

Оперировать понятиями: графики показательной, логарифмической и тригонометрических функций; изображать их на координатной плоскости и использовать для решения уравнений и неравенств.

Изображать на координатной плоскости графики линейных уравнений и использовать их для решения системы линейных уравнений.

Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей из других учебных дисциплин.

Начала математического анализа

Оперировать понятиями: непрерывная функция; производная функции; использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач.

Находить производные элементарных функций, вычислять производные суммы, произведения, частного функций.

Использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы, применять результаты исследования к построению графиков.

Использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах.

Оперировать понятиями: первообразная и интеграл; понимать геометрический и физический смысл интеграла.

Находить первообразные элементарных функций; вычислять интеграл по формуле Ньютона–Лейбница.

Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

Тематическое планирование

№	Тема (раздел)	Кол-во часов	Контрольные (зачетные работы) продолжительность 40 минут и более	Основные требования к уровню подготовки обучающихся
1.	Функциональные уравнения $f(f(x)) = x$	6	Тест 1	Знать: – определение функционального уравнения вида $f(f(x)) = x$; – способы решения функционального уравнения вида $f(f(x)) = x$; – схемы решения функционального уравнения вида $f(f(x)) = x$. Уметь: – решать функционального уравнения вида $f(f(x)) = x$
2.	Функциональные уравнения $f(g(x)) = f(h(x))$	6	Тест 2	Знать: – определение функционального уравнения вида $f(g(x)) = f(h(x))$; – способы решения функционального уравнения вида $f(g(x)) = f(h(x))$; – схемы решения функционального уравнения вида $f(g(x)) = f(h(x))$. Уметь: решать функционального уравнения вида $f(g(x)) = f(h(x))$

3.	Решение функциональных уравнений	6	Тест 3	Знать: – определение функционального уравнения вида $f(f(x)) = x$ и $f(g(x)) = f(h(x))$; – способы решения функционального уравнения вида $f(f(x)) = x$ и $f(g(x)) = f(h(x))$; – схемы решения функционального уравнения вида $f(f(x)) = x$ и $f(g(x)) = f(h(x))$. Уметь: – решать функционального уравнения вида $f(f(x)) = x$ и $f(g(x)) = f(h(x))$
4.	Функциональные уравнения $f(g(x)) + f(h(x)) = 0$, $f(f(\dots(f(x))\dots)) = f^{-1}(x)$ и уравнений вида $f(x) = f^{-1}(x)$	6	Тест 4	Знать: – определение функционального уравнения вида $f(g(x)) + f(h(x)) = 0$, $f(f(\dots(f(x))\dots)) = f^{-1}(x)$ и уравнений вида $f(x) = f^{-1}(x)$; – способы решения функционального уравнения вида $f(g(x)) + f(h(x)) = 0$, $f(f(\dots(f(x))\dots)) = f^{-1}(x)$ и уравнений вида $f(x) = f^{-1}(x)$; – схемы решения функционального

				уравнения вида $f(g(x)) + f(h(x)) = 0$, $f(f(\dots(f(x))\dots)) = f^{-1}(x)$ и уравнений вида $f(x) = f^{-1}(x)$ Уметь: – решать функционального уравнения вида $f(g(x)) + f(h(x)) = 0$, $f(f(\dots(f(x))\dots)) = f^{-1}(x)$ и уравнений вида $f(x) = f^{-1}(x)$
5.	Функциональные уравнения $f\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = xg(x)$ и уравнения вида $\frac{f(x)}{g(x)} = f^{-1}(xg(x))$	8	Тест 5	Знать: – определение функционального уравнения вида $f\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = xg(x)$ и уравнения вида $\frac{f(x)}{g(x)} = f^{-1}(xg(x));$ – способы решения функционального уравнения вида $f\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = xg(x)$ и уравнения вида $\frac{f(x)}{g(x)} = f^{-1}(xg(x));$ – схемы решения функционального уравнения вида $f\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = xg(x)$ и уравнения вида $\frac{f(x)}{g(x)} = f^{-1}(xg(x)).$ Уметь: – решать функционального

				уравнения вида $f\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = xg(x)$ и уравнения вида $\frac{f(x)}{g(x)} = f^{-1}(xg(x))$
--	--	--	--	--

Календарно-тематический план по спецкурсу «Функциональный метод решения уравнений» (32ч)

№	Предполагаемые сроки проведения урока	Тема урока	Тип урока	Виды учебной деятельности
Функциональные уравнения $f(f(x)) = x$ (6ч)				
1	1 неделя	Повторим, что мы знаем о функциях	Лекционное занятие	Составление опорных конспектов
2	2 неделя	Функциональные уравнения $f(f(x)) = x$	Практическое занятие	Работа с опорным материалом. Взаимопроверка в парах
3	3 неделя	Функциональные уравнения $f(f(x)) = x$	Практическое занятие	Работа с опорным материалом. Взаимопроверка в парах
4	4 неделя	Функциональные уравнения $f(f(x)) = x$	Семинарское занятие	Проблемные задания. Работа с демонстрационным материалом.
5	5 неделя	Функциональные уравнения $f(f(x)) = x$	Практическое занятие	Работа с демонстрационным материалом. Работа по группам
6	6 неделя	Функциональные уравнения $f(f(x)) = x$	Практическое занятие	Работа с опорным материалом. Работа по группам
Функциональные уравнения $f(g(x)) = f(h(x))$ (6ч)				
7	7 неделя	Функциональные уравнения	Лекционное занятие	Составление опорных

		$f(g(x)) = f(h(x))$		конспектов
8	8 неделя	Функциональные уравнения $f(g(x)) = f(h(x))$	Практическое занятие	Работа с опорным материалом. Взаимопроверка в парах
9	9 неделя	Функциональные уравнения $f(g(x)) = f(h(x))$	Практическое занятие	Работа с опорным материалом. Взаимопроверка в парах
10	10 неделя	Функциональные уравнения $f(g(x)) = f(h(x))$	Семинарское занятие	Проблемные задания. Работа с демонстрационным материалом.
11	11 неделя	Функциональные уравнения $f(g(x)) = f(h(x))$	Практическое занятие	Работа с демонстрационным материалом. Работа по группам
12	12 неделя	Функциональные уравнения $f(g(x)) = f(h(x))$	Практическое занятие	Работа с опорным материалом. Работа по группам
Решение функциональных уравнений (6ч)				
13	13 неделя	Решение функциональных уравнений	Практическое занятие	Составление опорных конспектов
14	14 неделя	Решение функциональных уравнений	Практическое занятие	Работа с опорным материалом. Взаимопроверка в парах
15	15 неделя	Решение функциональных уравнений	Семинарское занятие	Работа с опорным материалом. Взаимопроверка в парах
16	16 неделя	Решение функциональных уравнений	Семинарское занятие	Проблемные задания. Работа с демонстрационным материалом.
17	17 неделя	Решение функциональных уравнений	Практическое занятие	Работа с демонстрационным материалом. Работа по группам
18	18 неделя	Решение функциональных уравнений	Практическое занятие	Работа с опорным материалом. Работа по группам
Функциональные уравнения $f(g(x)) + f(h(x)) = 0$, $f(f(...(f(x))...)) = f^{-1}(x)$ и				

уравнений вида $f(x) = f^{-1}(x)$ (6ч)				
19	19 неделя	Функциональные уравнения $f(g(x)) + f(h(x)) = 0$, $f(f(\dots(f(x))\dots)) = f^{-1}(x)$ и уравнение вида $f(x) = f^{-1}(x)$	Лекционное занятие	Составление опорных конспектов
20	20 неделя	Функциональные уравнения $f(g(x)) + f(h(x)) = 0$, $f(f(\dots(f(x))\dots)) = f^{-1}(x)$ и уравнение вида $f(x) = f^{-1}(x)$	Практическое занятие	Работа с опорным материалом. Взаимопроверка в парах
21	21 неделя	Функциональные уравнения $f(g(x)) + f(h(x)) = 0$, $f(f(\dots(f(x))\dots)) = f^{-1}(x)$ и уравнение вида $f(x) = f^{-1}(x)$	Практическое занятие	Работа с опорным материалом. Взаимопроверка в парах
22	22 неделя	Функциональные уравнения $f(g(x)) + f(h(x)) = 0$, $f(f(\dots(f(x))\dots)) = f^{-1}(x)$ и уравнение вида $f(x) = f^{-1}(x)$	Семинарское занятие	Проблемные задания. Работа с демонстрационным материалом.
23	23 неделя	Функциональные уравнения $f(g(x)) + f(h(x)) = 0$, $f(f(\dots(f(x))\dots)) = f^{-1}(x)$ и уравнение вида $f(x) = f^{-1}(x)$	Практическое занятие	Работа с демонстрационным материалом. Работа по группам
24	24 неделя	Функциональные уравнения $f(g(x)) + f(h(x)) = 0$, $f(f(\dots(f(x))\dots)) = f^{-1}(x)$ и уравнение вида	Практическое занятие	Работа с опорным материалом. Работа по группам

		$f(x) = f^{-1}(x)$		
Функциональные уравнения $f\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = xg(x)$ и уравнения вида $\frac{f(x)}{g(x)} = f^{-1}(xg(x))$ (8ч)				
25	25 неделя	Функциональные уравнения $f\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = xg(x)$ и уравнение вида $\frac{f(x)}{g(x)} = f^{-1}(xg(x))$	Лекционное занятие	Составление опорных конспектов
26	26 неделя	Функциональные уравнения $f\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = xg(x)$ и уравнение вида $\frac{f(x)}{g(x)} = f^{-1}(xg(x))$	Практическое занятие	Работа с опорным материалом. Взаимопроверка в парах
27	27 неделя	Функциональные уравнения $f\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = xg(x)$ и уравнение вида $\frac{f(x)}{g(x)} = f^{-1}(xg(x))$	Практическое занятие	Работа с опорным материалом. Взаимопроверка в парах
28	28 неделя	Функциональные уравнения $f\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = xg(x)$ и уравнение вида $\frac{f(x)}{g(x)} = f^{-1}(xg(x))$	Семинарское занятие	Проблемные задания. Работа с демонстрационным материалом.
29	29 неделя	Функциональные уравнения $f\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = xg(x)$ и уравнение вида $\frac{f(x)}{g(x)} = f^{-1}(xg(x))$	Практическое занятие	Работа с демонстрационным материалом. Работа по группам
30	30 неделя	Функциональные уравнения	Практическое занятие	Работа с опорным материалом. Работа по группам

		$f\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = xg(x) \text{ и}$ уравнение вида $\frac{f(x)}{g(x)} = f^{-1}(xg(x))$		
31	31 неделя	Итоговое занятие	Зачётная работа	Доклады, комментарии, выводы
32	32 неделя	Итоговое занятие	Зачётная работа	Выводы, итоги