МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
"Ангарский лицей № 1"

УТВЕРЖДЕНО
Директор
МАОУ «Ангарский лицей №1»
Белоус Н.Н.
ФИО
Приказ от 30.08.2023г. №46.2-о\д

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Учебного курса

«Основы финансовой грамотности: решение задач экономического содержания»

для обучающихся 10 – 11 классов

Составитель:

Никифорова С.В., учитель математики

Ангарск, 2023г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Актуальность создания рабочей программы курса «Основы финансовой грамотности: решение задач экономического содержания» связано с требованиями федерального государственного образовательного стандарта. Создание данной программы вытекает из необходимости систематизации знаний по следующим темам:

Проценты: 1. Простейшие задачи на проценты, 2. Задачи о вкладах и кредитах, 3. Задачи на оптимизацию производства товаров и услуг;

Арифметическая и геометрическая прогрессии в задачах с экономическим содержанием.

Существует объективная потребность подготовки выпускников к итоговой государственной аттестации по запросу обучающихся и их родителей.

В данной педагогической разработке представлен систематизированный теоретический и практический материал по перечисленным темам, она может использоваться при проведении факультативных курсов в 9 – 11 классах.

ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Учебный курс «Основы финансовой грамотности: решение задач экономического содержания» позволит сформировать специфические умения и навыки решения задач с экономическим содержанием, на нахождение оптимальных вариантов выбора в различных жизненных ситуациях.

В результате изучения данного курса продолжится развитие эвристического мышления в процессе решения текстовых задач с элементами исследования.

Решение задач курса способствует дальнейшему воспитанию у учащихся самостоятельности, творческой активности, инициативы как устойчивых качеств личности; возможности применения математических знаний в различных сферах деятельности человека при решении жизненных задач.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА «ОСНОВЫ ФИНАНСОВОЙ ГРАМОТНОСТИ: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЭКОНОМИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ» НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

способность к эмоциональному восприятию математических объектов, рассуждений, решений задач, рассматриваемых проблем;

умение строить речевые конструкции (устные и письменные) с использованием изученной терминологии и символики, понимать смысл поставленной задачи;

осуществлять перевод с естественного языка на математический и наоборот;

умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи;

умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;

креативность мышления, инициатива, находчивость, активность, применение математических знаний для решения конкретных жизненных задач.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

умение планировать свою деятельность при решении учебных математических задач, видеть различные стратегии решения задач, осознанно выбирать способ решения;

умение работать с учебным математическим текстом (находить ответы на поставленные вопросы, выделять смысловые фрагменты);

умение проводить доказательные рассуждения, опираясь на изученные определения, свойства, признаки; распознавать верные и неверные утверждения; иллюстрировать примерами изученные понятия и факты; опровергать с помощью контрпримеров неверные утверждения;

умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом, составлять собственные алгоритмы решения задачи;

применение приёмов самоконтроля при решении учебных задач;

умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в окружающей жизни;

умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем;

умение понимать и использовать математические средства наглядности (графики, диаграммы, таблицы, схемы и др.);

умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений;

умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

свободно оперировать понятийным аппаратом по основным разделам содержания;

различать виды задач с экономическим содержанием на отыскание простых процентов, банковских процентов (вклады и кредиты), на оптимальный выбор решения;

различать способы решения задач с экономическим содержанием и на оптимальный выбор решения;

анализировать и осмысливать текст задачи, моделировать условие с помощью схем, рисунков, строить логическую цепочку рассуждений, критически оценивать полученный ответ;

применять теоремы школьного курса алгебры, геометрии и физики в решении сюжетных задач, используя различные стратегии и способы рассуждения;

проводить практические расчёты, используя прикидки и оценки;

осуществлять поиск информации в различных источниках;

составлять конспект на основе отобранного материала;

применять теоретические знания для решения задач с экономическим содержанием на отыскание простых процентов, банковских процентов (вклады и кредиты), на оптимальный выбор решения, используя различные стратегии и способы рассуждения.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№ п/п	**Наименование разделов и тем программы**	**Количество часов**			**Электронные (цифровые) образовательные ресурсы**
		Всего	**Контрольные работы**	**Практические работы**	
1	Простейшие задачи на проценты	2			https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
2	Задачи о вкладах	4			https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
3	Задачи о кредитах	16			https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
4	Задачи оптимизации производства товаров и услуг	10			https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
5	Обобщающее повторение	2			https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34			

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
1	Понятие процента. Простые проценты. Сложные проценты	1				https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
2	Понятие процента. Простые проценты. Сложные проценты	1				https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
3	Задачи на проценты по вкладам (депозитам)	1				https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
4	Задачи на проценты по вкладам (депозитам)	1				
5	Задачи на проценты по вкладам (депозитам)	1				
6	Задачи на проценты по вкладам (депозитам)	1				
7	Аннуитетные платежи. Нахождение суммы кредита	1				
8	Аннуитетные платежи. Нахождение суммы кредита	1				
9	Аннуитетные платежи.	1				

	Нахождение времени расчета за кредит					
10	Аннуитетные платежи. Нахождение времени расчета за кредит	1				
11	Аннуитетные платежи. Нахождение процентной ставки по кредиту	1				
12	Аннуитетные платежи. Нахождение процентной ставки по кредиту	1				
13	Дифференцированные платежи. Нахождение суммы кредита	1				
14	Дифференцированные платежи. Нахождение суммы кредита	1				https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
15	Дифференцированные платежи. Нахождение времени расчета за кредит	1				https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
16	Дифференцированные платежи. Нахождение времени расчета за кредит	1				https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
17	Дифференцированные платежи. Нахождение процентной ставки по кредиту	1				https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
18	Дифференцированные платежи. Нахождение процентной ставки	1				https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-

	по кредиту					ege#!/tab/173765699-2
19	Смешанные платежи. Кредиты с неизвестными платежами	1				
20	Смешанные платежи. Кредиты с неизвестными платежами	1				
21	Смешанные платежи. Кредиты с неравномерным уменьшением долга	1				
22	Смешанные платежи. Кредиты с неравномерным уменьшением долга	1				
23	Наибольший доход фермера	1				
24	Наибольший доход фермера	1	1			
25	Наибольший доход владельца отеля	1				
26	Наибольший доход владельца отеля	1				
27	Наибольший доход от продажи ценных бумаг	1				
28	Наибольший доход от продажи ценных бумаг	1				https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
29	Шахты, комбинаты, области, заводы	1				https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
30	Шахты, комбинаты, области, заводы	1				https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-

						ege#!/tab/173765699-2
31	Шахты, комбинаты, области, заводы	1				https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
32	Шахты, комбинаты, области, заводы	1				https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
33	Обобщающее повторение	1				https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
34	Обобщающее повторение	1				https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34		0		

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА

Процент, формулы простых и сложных процентов

Для решения подавляющего большинства задач на проценты достаточно понимать, что процент – это просто одна сотая часть числа. Поэтому для успешного решения задач на проценты достаточно научиться «переводить» условие задачи на язык десятичных дробей, а после её решения – делать обратный «перевод». Так, например, если товар стоил a рублей, а потом его цена выросла, например, на 8, 18 или 28 процентов, это означает, что для нахождения новой цены нужно число a увеличить соответственно на 8, 18 или 28 сотых. Получим $1{,}08a$, $1{,}18a$, $1{,}28a$ соответственно. Если же цена уменьшилась на 8, 18 или 28 процентов, это означает, что для нахождения новой цены нужно число a уменьшить соответственно на 8, 18 или 28 сотых. Получим $0{,}92a$, $0{,}82a$, $0{,}72a$ соответственно.

Так как процент – это сотая часть числа, для того чтобы найти k % от числа a, достаточно умножить число a на k сотых. Получим $\frac{k}{100}a$.

Если величина А через равные промежутки времени t_1 имеет процентный прирост p только на первоначальное значение A_0, то в момент времени $t_n = nt_1$ её значение A_n, будет равно $A_n = A_0 \cdot \left(1 + \frac{pn}{100}\right)$ (формула простых процентов)

Если величина А через равные промежутки времени t_1 имеет процентный «прирост» p и процент будет начисляться на изменённую величину, то в момент времени $t_n = nt_1$ её значение A_n, будет равно $A_n = A_0 \cdot \left(1 \pm \frac{p}{100}\right)^n$ (формула сложных процентов), где знак « + » или « – » ставится в соответствии с тем, к чему приводит «прирост» – к увеличению или уменьшению величины.

Если величина А за время t_1 имеет процентный прирост $p_1\%$, на следующем этапе за время $(t_2 - t_1)$ (не обязательно равное t_1) – $p_2\%$, далее за время $(t_3 - t_2)$ – $p_3\%$ и т.д., то в момент времени t_n значение A_n будет равно $A_n = A_0 \cdot \left(1 \pm \frac{p_1}{100}\right) \cdot \left(1 \pm \frac{p_2}{100}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 \pm \frac{p_n}{100}\right)$, где знаки « + » или « – » в каждом множителе ставятся в соответствии с тем, к чему приводит «прирост» – к увеличению или уменьшению величины.

Задачи о вкладах и кредитовании (банковских процентах)

Задачи на банковские проценты можно условно разделить на две группы. К первой отнесём задачи на проценты по вкладам (депозитам). ко второй – задачи о кредитах.

Проценты по вкладам (депозитам)

Для решения задач на проценты по вкладам достаточно скрупулёзно проработать материал предыдущего параграфа, поскольку эти задачи отличаются от задач предыдущего параграфа только сюжетом. В задачах на проценты по вкладам речь идёт либо об однократном изменении величины вклада на определённое число процентов (простые проценты), либо о последовательном изменении величины вклада через (как правило) равные промежутки времени на определённое число процентов (сложные проценты). В последнем случае каждый раз начиная со второго проценты начисляются на сумму, полученную после предыдущего начисления процентов. Тем самым задачи на проценты по вкладам представляют собой типичные задачи на последовательное изменение некоторой величины на определенное число процентов. Если S_0 – сумма вклада, то при начислении r % на неё получим сумму $S_1 = S_0\left(1+\frac{r}{100}\right)$. При начислении r % на сумму S_1 получим $S_2 = S_1\left(1+\frac{r}{100}\right) = S_0\left(1+\frac{r}{100}\right)^2$ и т.д. После n-го начисления процентов получим сумму $S_n = S_0\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$.

Если при каждом начислении проценты меняются и составляют соответственно r_1%, r_2%, ..., r_n%, то $S_n = S_0\cdot\left(1+\frac{r_1}{100}\right)\cdot\left(1+\frac{r_2}{100}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{r_n}{100}\right)$.

Отметим ещё, что обычно в предложениях по вкладам (депозитам) речь идёт об определённом проценте годовых. Если этот процент начисляется раз в год, то проблем нет, соответствующие формулы приведены выше. Но в некоторых случаях речь может идти о вкладах с пролонгацией (продлением) через определённые промежутки времени (как правило, 1, 3 или 6 месяцев). В этом случае формулы расчёта процентов на депозиты меняются. При однократном начислении процентов через m дней на вклад S_0 под r% годовых получим сумму

$S = S_0\cdot\left(1+\frac{r}{100}\cdot\frac{m}{365}\right)$ (для обычного года)

или $S = S_0\cdot\left(1+\frac{r}{100}\cdot\frac{m}{366}\right)$ (для високосного года),

т. е. годовой процент умножается на долю, которую срок вклада составляет по отношению к году (в обычном году 365 дней, в високосном году – 366 дней).

Сумма δ начисленных процентов будет равна соответственно $\frac{S_0}{36500}$ для обычного года или $\frac{S_0}{36600}$ для високосного года. При реальных расчётах полученные величины округляются с заданной точностью (обычно так, чтобы можно было вычислить искомую сумму с точностью до копеек).

Если проценты на депозит начисляются несколько раз через равные промежутки времени и каждый раз зачисляются на вклад, то сумма вклада по истечении n таких промежутков будет равна $S = S_0\cdot\left(1+\frac{r}{100}\cdot\frac{m}{365}\right)^n$.

На практике банки варьируют величину m в соответствии с реальным числом дней в каждом конкретном месяце (28. 29, 30 или 31 день). Для приближенных расчётов может использоваться упрощённая модель, в соответствии с которой один месяц считается равным $\frac{1}{12}$ части года. Тогда если речь идёт о вкладе на 3 месяца под r% годовых с последующей автоматической пролонгацией в течение нескольких раз, то каждые три месяца сумма на счёте вклада будет увеличиваться на $\frac{r}{4}$ % (так как три месяца составляют четверть года) и после n-й пролонгации сумма на счёте вклада составит $S_n = S_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{400}\right)^n$. Аналогично при пролонгации каждые полгода сумма на счёте вклада после n-й пролонгации составит $S_n = S_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{200}\right)^n$. Найденные значения обычно также округляются так, чтобы вычислить искомую сумму с точностью до копеек.

Проценты по кредитам

Задачи на кредитование считаются более сложными по сравнению с задачами на вклады. В варианте ЕГЭ по математике это будет задание, требующее развернутого решения. Такие задачи появились на экзамене в последние годы и обычно вызывают значительные затруднения у очень многих выпускников, хотя в большинстве случаев их решение требует последовательного выполнения арифметических действий, а значит, аккуратности и определенных вычислительных навыков.

При начислении процентов по кредиту обычно используются две схемы: схема с дифференцированными (неравными) платежами и схема с аннуитетными (равными) платежами. Эти схемы отличаются принципами формирования и величиной обязательных платежей.

Дифференцированные платежи

Пусть S_0 – сумма кредита. Для кредита с дифференцированными платежами процент и периодичность обязательных платежей фиксируются (например, ежегодные, ежеквартальные или помесячные платежи), а фиксированный процент начисляется на ещё не выплаченную к моменту очередного обязательного платежа часть кредита (долга). В этом случае каждый год (или каждый платёжный период) сумма выплат уменьшается, поскольку она состоит из фиксированной части $\frac{S_0}{n}$ (где n – число платежей, равное числу платёжных периодов) и процентов, начисляемых на остаток долга по кредиту, величина которого каждый год (или каждый платёжный период) уменьшается на $\frac{S_0}{n}$. Таким образом, при схеме с дифференцированными платежами клиент возвращает банку до истечения каждого платёжного периода $\frac{1}{n}$ часть суммы кредита и проценты от еще не выплаченной на начало этого платёжного периода части кредита.

Рассмотрим сначала базовую (упрощённую) задачу на проценты по кредиту с дифференцированными платежами. Пусть кредит берется под k % годовых на n лет. Это означает, что клиент должен вернуть банку сумму кредита (долг) и проценты за пользование кредитом на следующих условиях: каждый год клиент возвращает банку $\frac{1}{n}$ часть суммы долга (кредита) и проценты за пользование кредитом, начисляемые ежегодно на остаток долга.

Таким образом, за первый год пользования кредитом сумма δ_1 процентов составит $\delta_1 = S_0 \cdot \frac{k}{100} = \frac{kS_0}{100}$;

за второй год пользования кредитом сумма δ_2 процентов составит $\delta_2 = \left(S_0 - \frac{S_0}{n}\right) \cdot \frac{k}{100} = \frac{kS_0(n-1)}{100n}$;

за третий год пользования кредитом сумма δ_3 процентов составит $\delta_3 = \left(S_0 - \frac{2S_0}{n}\right) \cdot \frac{k}{100} = \frac{kS_0(n-2)}{100n}$

и т.д.;

за последний год пользования кредитом сумма δ_n процентов составит

$$\delta_n = \left(S_0 - \frac{(n-1)S_0}{n}\right) \cdot \frac{k}{100} = \frac{kS_0}{100n}.$$

Общая сумма δ всех начисленных процентов (переплата) находится по формуле $\delta = \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n$ откуда $\delta = \frac{kS_0}{100} + \frac{kS_0(n-1)}{100n} + \frac{kS_0(n-2)}{100n} + \dots + \frac{kS_0}{100n}$

Вынесем за скобки общий множитель $\frac{kS_0}{100n}$.

Получим $\delta = \frac{kS_0}{100n}(n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1)$.

Сумма $n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1$ легко вычисляется по формуле $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ суммы S_n первых n членов арифметической прогрессии $\{a_n\}$. В данном случае $a_1 = 1$, $a_n = n$. Поэтому $S_n = \frac{1+n}{2} \cdot n$. Таким образом, $\delta = \frac{kS_0}{100n} \cdot \frac{1+n}{2} \cdot n$, откуда $\delta = \frac{k(n+1)}{200} S_0$.

Общая сумма S всех выплат по кредиту равна сумме кредита и сумме начисленных процентов: $S = \delta + S_0$, т. е. $S = S_0 + \frac{k(n+1)}{200} S_0$ откуда $S = \frac{S_0(k(n+1) + 200)}{200}$.

Аннуитетные платежи

Начнём с упрощённой реальной схемы, предполагающей ежегодные, а не ежемесячные выплаты. По-прежнему будем считать, что S_0 – сумма кредита (долга) и кредит берётся на *n* лет под *k*% годовых. Эта же схема применима и в тех случаях, когда процент по кредиту указывается для платёжного периода, а не для полного года.

Для реальных кредитов с аннуитетными платежами условия начисления процентов оказываются следующими:

- до истечения очередного платёжного периода банк начисляет *k*% на оставшуюся сумму долга, т.е. увеличивает её на *k*%\
- после начисления процентов клиент вносит в банк (также до истечения соответствующего платёжного периода) некоторую сумму *x* – одну и ту же для

каждого платежа; сумма долга при этом уменьшается, и на эту уменьшенную на x сумму начисляются проценты до истечения следующего платёжного периода, после чего клиент вносит в банк платёж в размере той же суммы x и т. п.

Из этих условий и находится сумма x регулярного платежа. Для её вычисления запишем суммы долга по истечении каждого платёжного периода, обозначив $1+\frac{k}{100}$ буквой *m:*

$$S_1 = mS_0 - x,$$

$$S_2 = mS_1 - x = m^2S_0 - mx - x,$$

$$S_3 = mS_2 - x = m^3S_0 - m^2x - mx - x,$$

$$\ldots$$

$$S_n = mS_{n-1} - x = m^nS_0 - m^{n-1}x - \ldots - mx - x.$$

Поскольку по истечении последнего платёжного периода долг равен 0, получаем, что $S_n = 0$ т.е. $m^nS_0 - m^{n-1}x - \ldots - mx - x = 0$.

Отсюда $x + mx + \ldots + m^{n-1}x = m^nS_0$, или (после вынесения общего множителя в левой части последнего равенства) $x(1 + m + \ldots + m^{n-1}) = m^nS_0$.

Сумма $1 + m + \ldots + m^{n-1}$ вычисляется по формуле $S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$ суммы S первых n членов геометрической прогрессии $\{b_n\}$. В данном случае $b_1 = 1$, $q = m$**.** Поэтому $S_n = \frac{m^n - 1}{m - 1}$. Таким образом, $x \cdot \frac{m^n - 1}{m - 1} = m^nS_0$. Откуда $x = \frac{m^n(m-1)}{m^n - 1} \cdot S_0$.

Задачи оптимизации производства

В последние годы в вариантах ЕГЭ по математике и школьных диагностических работ появились задачи, которые можно отнести к простейшим задачам оптимизации.

В таких задачах заданы определённые условия производства какой-либо продукции или услуги (это могут быть любые изделия, сельхозпродукты, полезные ископаемые, транспортные перевозки и т.д. и т.п.) и требуется найти значения некоторых величин с целью максимизации прибыли (как вариант – максимизации количества производимых товаров или услуг) или минимизации расходов. Связи между данными величинами во многих случаях моделируются линейными уравнениями и неравенствами (поэтому эти задачи часто относят к задачам линейного программирования) либо простейшими нелинейными уравнениями и неравенствами. В шкальной практике математическая модель (т.е. формализация условия задачи посредством неравенств и уравнений) любой из таких задач обычно приводит к одному-двум линейным уравнениям (неравенствам) относительно двух данных неизвестных и к одному линейному или простейшему нелинейному уравнению, связывающему данные неизвестные и величину, максимум или минимум которой надо определить. Вводя в качестве новой неизвестной (параметра) эту величину (её обычно называют целевой функцией) и выразив одну из данных переменных через другую переменную и введённый параметр, мы напучим одно или два линейных уравнения (неравенства), связывающие данные неизвестные (т. е. задающие определённые ограничения на величины этих неизвестных), и одно (возможно, нелинейное) уравнение с параметром. После этого задача сведётся к определению наибольшего (наименьшего) значения параметра, при котором полученное уравнение имеет хотя бы один корень на множестве неотрицательных чисел, удовлетворяющий данным ограничениям. Этот корень будет точкой максимума или минимума целевой функции. Находить его можно либо с помощью графических интерпретаций, либо аналитически. Поскольку в таких задачах обычно речь идёт о целых неотрицательных величинах, найденная точка максимума или минимума также должна быть целой и неотрицательной. Если это не так, то при аналитическом решении задачи, как правило, достаточно вычислить значения целевой функции в двух ближайших к точке экстремума целых точках (будем называть каждую из таких точек опорной). Обычно это те точки, между которыми находится точка максимума (минимума) целевой функции. Вычислив значения целевой функции в опорных точках, нужно выбрать наибольшее (или наименьшее – в зависимости от условий задачи) из найденных значений, которое и будет оптимальным решением, для квадратичной целевой функции можно ограничиться вычислением значения в одной опорной точке – ближайшей к её точке максимума (минимума). В задачах, которые удобно решать с помощью графических интерпретаций, исследование может оказаться чуть более сложным и разветвлённым: оптимальное значение целевой функции не обязательно будет связано с опорными точками, но именно эти точки позволят найти такое решение.

Отметим, что в задачах оптимизации порой используются абстрактные денежные единицы (обозначение: д.е.) Это могут быть рубли, тысячи, миллионы рублей или единиц других валют.

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

Задачи на проценты

1. В сентябре 1 кг слив стоил 60 рублей. В октябре сливы подорожали на 25%. Сколько рублей стоил 1 кг слив после подорожания в октябре?

(*Ответ:* 75 рублей)

2. Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Константиновна получила 9570 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Константиновны?

(*Ответ:* 11000 рублей)

3. В январе стоимость проезда в автобусе составила 12 рублей, а в феврале – 14 рублей. На сколько процентов (с точностью до десятых) повысилась стоимость проезда в феврале?

(*Ответ:* 16,7%)

4. Какую сумму положили в банк под простые проценты по ставке 22% годовых, если через 5 лет вклад достиг размера 94500 рублей?

(*Ответ:* 45000 рублей)

5. Сколько лет лежал в банке вклад 70000 рублей, если по ставке 19,2% годовых простых процентов он достиг величины 150640 рублей?

(*Ответ:* 6 лет)

6. Сколько лет пролежал в банке вклад 50000 рублей, если при ставке 15,4% годовых он достиг величины 111600 рублей (банк начисляет простые проценты).

(*Ответ:* 8 лет)

7. Известно, что банк начисляет простые проценты по ставке 25% годовых. Определите минимальное число лет, по истечении которых первоначальный вклад увеличится в 2 раза.

(*Ответ:* нужно 4 год)

8. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года он был продан за 15842 рубля.

(*Ответ:* на 11%)

9. Начальный капитал акционерного общества составляет 15 миллионов рублей. Ежегодно капитал увеличивался на 25%. Найдите минимальное количество лет, после которых капитал акционерного общества превысит 45 миллионов рублей.

(*Ответ:* 5 лет)

10. Один из видов срочных вкладов предусматривает начисление 9% прибыли через год хранения в банке. Если спустя этот срок счёт не закрывается, то договор автоматически продлевается на тех же условиях (пролонгируется). Какая сумма будет на счету через три года при первоначальном вкладе 17000 рублей и при той же процентной ставке? Результат (в рублях) округлите до десятых.

(*Ответ:* 22015,5 рублей)

11. Найти прибыль от 30000 рублей, положенных на депозит на 3 года под 10% годовых, если в конце каждого года проценты добавлялись к депозитному вкладу.

(*Ответ:* 9930 рублей)

12. В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году в результате строительства новых домов число жителей выросло на 8%, а в 2010 году – на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

(*Ответ:* 47088 человек)

13. Зарплата служащего составляла 2000 денежных единиц (д.е). Зарплату понизили на 20%, а вскоре повысили на 20%. Сколько денег стал получать служащий?

(*Ответ:* 1920 д.е.)

14. В течение января цена на яблоки выросла на 30%, а в течение февраля – на 20%. На сколько процентов поднялась цена за 2 месяца?

(*Ответ:* 56%)

Задачи на вклады

1. В банк помещена сумма 3900 тысяч рублей под 50% годовых. В конце каждого из первых четырех лет хранения после вычисления процентов вкладчик дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу пятого года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725%. Какую сумму вкладчик ежегодно добавлял к вкладу?

(*Ответ: 210 000 руб.*)

2. Вкладчик положил в банк 500000 рублей под 20% годовых. В конце каждого года в течение трёх лет после начисления процентов он снимал одну и ту же сумму. К концу четвёртого года его вклад стал равным 927600 руб. Какую сумму снимал вкладчик в конце каждого года в течение первых трёх лет?

(*Ответ: 25000 руб.*)

3. Людмила Николаевна положила 15000 рублей в сберегательный банк с хорошей процентной ставкой. По истечении года к её вкладу были причислены процентные деньги, но в то же время ей понадобилось снять на необходимые нужды 1500 рублей. Ещё через год она решила снять 2500 рублей, а остальные 14000 рублей оставила в банке на следующий год. Чему равна процентная ставка в этом банке? В ответе укажите число процентов.

(*Ответ: 10%*)

4. 1 июня 2011 года Сергей Соколов открыл вклад в банке под 25% годовых (это значит, что сумма вклада, имеющаяся в банке в конце дня 31 мая последующего года, 1 июня увеличивается на 25%). Каждый год. начиная с 2012 года, 2 июня он добавлял к своему вкладу сумму, равную первоначальному взносу в 2011 году. Какую сумму ежегодно вкладывал Сергей Соколов, если 1 июня 2015 года на его счету оказалось 369000 рублей?

(*Ответ: 51200 руб.*)

5. За время хранения вклада в банке проценты по нему начислялись ежемесячно сначала в размере 5%, затем 12%, потом $11\frac{1}{9}$% и, наконец, 12,5% в месяц. Известно, что под действием каждой новой процентной ставки вклад находился целое число месяцев, а по истечении срока хранения первоначальная сумма увеличилась на $104\frac{1}{6}$ %. Определите срок хранения вклада.

(*<u>Ответ:</u> 7 лет*)

6. Николай Сергеевич положил в банк 50000 рублей под 20% годовых. В конце каждого года банк начисляет 20% годовых, то есть увеличивает вклад на 20%. Сколько денег окажется на вкладе через 3 года?

(*<u>Ответ:</u> 86400 руб.*)

7. Иван Михайлович положил 9000 рублей в банк «Достояние». По истечении года к его вкладу были причислены процентные деньги, и, помимо этого, он увеличил свой вклад на 1280 рублей. Ещё через год (после очередного начисления процентов) он решил снять 1600 рублей, а остальные 10280 рублей положил на новый срок. Чему равна процентная ставка в этом банке?

(*<u>Ответ:</u> 8%*)

8. По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» – увеличивает на 21 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

(*<u>Ответ:</u> 19%*)

9. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн. рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 25 млн. рублей.

(*<u>Ответ:</u> 12 млн. руб.*)

10. Баба Валя, накопив часть своей пенсии, решила улучшить свое материальное положение. Она узнала, что в Спёрбанке от пенсионеров принимают вклады под определенный процент годовых и на этих условиях внесла свои сбережения в ближайшее отделение Спёрбанка. Но через некоторое время соседка ей рассказала, что недалеко от той местности, где проживают пенсионеры, есть коммерческий банк, в котором процент годовых для пенсионеров-вкладчиков в 20 раз выше, чем в Спёрбанке. Баба Валя не доверяла коммерческим банкам, но стремление улучшить свое материальное положение взяло верх. После долгих колебаний и ровно через год после открытия счета в Спёрбанке Баба Валя сняла половину образовавшейся суммы от ее вклада, заявив: «Такой навар меня не устраивает!» И открыла счет в том коммерческом банке, о котором говорила ее соседка, не теряя надежды на значительное улучшение своего материального благосостояния.

Надежды оправдались: через год сумма Бабы Вали в коммерческом банке превысила ее первоначальные кровные сбережения на 65%. Сожалела Баба Валя, что год назад в Спёрбанке сняла не всю сумму, а лишь половину, однако, подумала: «А где же мы не теряли?..»

Гендиректор коммерческого банка оказался хорошим: не оставил Бабу Валю без навара!

А каков в Спёрбанке процент годовых для пенсионеров?

(*Ответ:* *10%*)

Задачи на кредиты. Равномерное уменьшение долга

1. 15 января планируют взять кредит в банке на 10 млн. рублей на 5 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько миллионов рублей составит общая сумма выплат после погашения кредита?

(*Ответ:* 13 млн. рублей)

2. 15-го января планируется взять кредит в банке на 31 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на 16-й месяц кредитования нужно сделать платеж в размере 29,6 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

(*Ответ:* 917,6 тыс. рублей)

3. 10 лет назад Григорий брал в банке кредит на 4 года, причем Григорий помнит, что выплачивал он кредит дифференцированными платежами и переплата по кредиту составила 32,5% от кредита. Под какой годовой процент был взят тогда кредит?

(*Ответ:* 13%)

4. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 14 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 24,5 млн. рублей?

(*Ответ:* 5 лет)

5. 16 августа на покупку телефона стоимостью 60 000 рублей в банке был взят кредит на 3 месяца. Условия пользования кредитом таковы:

- 10 числа каждого месяца, начиная с сентября, банк начисляет на остаток долга 10%;

– с 11 по 15 числа каждого месяца, начиная с сентября, клиент обязан внести в банк платеж;

– суммы платежей подбираются так, чтобы долг каждый месяц уменьшался на одну и ту же величину (так называемый дифференцированный платеж).

Сколько рублей в итоге составит переплата по данному кредиту?

(*Ответ:* 12 000 рублей)

6. 15 января планируется взять кредит в банке на 25 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-ого числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 13% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r.

(*Ответ:* 1%)

Задачи на кредиты. Кредиты с известными платежами

1. Банк “Дрынькофф” предлагает кредит на 3 года на покупку машины стоимостью 546000 рублей на следующих условиях:

– раз в год банк начисляет на остаток долга 20%;

– после начисления процентов клиент обязан внести некоторую сумму в счет погашения части долга;

– выплачивать кредит необходимо равными ежегодными платежами.

Сколько рублей составит переплата по такому кредиту?

(*Ответ:* 231600 рублей)

2. Леонид брал кредит в банке сроком на 6 лет под 50% годовых. После того, как кредит был выплачен, оказалось, что переплата по кредиту составила 3044000 рублей. Сколько тысяч рублей каждый год вносил Леонид в счет погашения кредита, если известно, что кредит был выплачен аннуитетными платежами?

(*Ответ:* 729000 рублей)

3. 15 июля 2012 г. взяли кредит в банке. Условия его возврата таковы:

– 1 января каждого года долг возрастает на 14% по сравнению с концом предыдущего года;

– выплата части долга происходит с февраля по июнь каждого года после начисления процентов.

Кредит был погашен двумя равными платежами по 4548600 р. (т.е. за 2 года). Какую сумму банк выдал в кредит?

(*Ответ:* 7490000 рублей)

4. В июле 2012 г. планируют взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

– в январе каждого года долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 2,16 млн. р.

Сколько миллионов рублей было взято в банке, если известно, что кредит был полностью погашен тремя равными платежами (т.е. за 3 года)?

(*Ответ:* 4,55 млн. рублей)

5. 15 января планируют взять кредит в банке. Условия его возврата таковы:

– 1 января каждого года долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего года;

– выплата части долга происходит в январе каждого года равными суммами после начисления процентов.

Если каждый год переводить в банк по 2073600 р., то кредит можно выплатить за 4 года. Если переводить по 3513600 р., то кредит можно выплатить за 2 года. Найдите r.

(*Ответ:* 20%)

6. 15 января 2012 г. банк выдал кредит на сумму 1 млн. р. Условия его возврата таковы:

– 1 января каждого года долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего года;

– выплата части долга происходит в январе каждого года после начисления процентов.

Кредит был погашен за два года, и при этом в первый год была переведен сумма 600 тыс. р., а во второй год – 550 тыс. р. Найдите r.

(*Ответ:* 10%)

7. Екатерина взяла кредит в банке на сумму 680000 рублей, которой ей не хватало для покупки квартиры. Кредит она решила взять 1 марта на 2 месяца на следующих условиях:

– 17-ого числа каждого месяца, начиная с марта, долг увеличивается на 12, 5% по сравнению с долгом на начало текущего месяца:

– в период с 18-ого по 30-ые числа Екатерина должна выплатить часть долга одним платежом, причем ежемесячные платежи одинаковы.

Сколько рублей составила переплата Екатерины по данному кредиту?

(*Ответ:* 130000 рублей)

8. Бизнесмен Олег в январе 2016 года взял кредит в банке под 20% годовых, причем выплачивать кредит он должен равными суммами в течение трех лет. Сколько рублей в итоге выплатил Олег банку, если известно, что его переплата по кредиту составила 675500 рублей?

(*Ответ:* 2268000 рублей)

9. Для покупки квартиры Алексею не хватало 1209600 рублей, поэтому в январе 2015 года он решил взять в банке кредит под 10% годовых на 2 года. Условия пользования кредитом таковы:

- раз в год 15 декабря банк начисляет на оставшуюся сумму долга проценты (т.е. долг увеличивается на 10%);
- в период с 16 по 31 декабря Алексей обязан перевести в банк некоторую сумму x рублей (сделать платеж).

Какова должна быть сумма x, чтобы Алексей выплатил долг равными платежами?

(*Ответ:* 696960 руб)

Задачи на кредиты. Смешанные платежи

1. Валентина Яковлевна решила взять кредит в банке на 565000 рублей под 25% годовых сроком на три года. Каждый год Валентина Яковлевна вносит платеж по кредиту после начисления процентов. Причем платеж в первый год в два раза меньше платежа во второй год и в три раза меньше платежа в третий год. Сколько рублей составит переплата Валентины Яковлевны по кредиту?

(*Ответ:* 372 500 рублей)

2. В конце сентября 2016 года планируется взять кредит в банке на год. Условия его возврата таковы:

- в течение первого месяца каждого квартала долг увеличивается на 6% по сравнению с долгом на конец предыдущего квартала;
- в течение второго месяца каждого квартала необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- долг на начало каждого квартала должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Квартал	1	2	3	4
Долг (в процентах)	100	75	40	0

На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

(*Ответ:* 12,9%)

3. 15 января планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 31 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- на 15-ое число каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на 20 тыс. рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 31-го месяца долг должен быть погашен полностью.

Сколько тысяч рублей составляет долг на 15 число 30-ого месяца, если банку всего было выплачено 1348 тыс. рублей?

(*Ответ:* 500 тыс. рублей)

4. 15-ого апреля планируется взять кредит в банке на 700 тысяч рублей на (n + 1) месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;

– 15-го числа каждого с 1-го по *n*-ый месяц долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

– 15-го числа *n*-го месяца долг составлял 300 тысяч рублей;

– к 15-му числу (*n*+1)-го месяца долг должен быть погашен полностью.

Найдите *n*, если банку всего было выплачено 755 тысяч рублей.

(*Ответ:* 10)

5. В июле 2017 года планируется взять кредит в банке на сумму 250000 рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на *r*% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать одним платежом часть долга.

Найдите число *r*, если известно, что кредит был полностью погашен за два года, причем в первый год было переведено 150000 рублей, во второй год – 180000 рублей.

(*Ответ:* 20)

6. В январе банк предоставляет кредиты на сумму А рублей на 6 лет на следующих условиях:

– в ноябре каждого года, начиная с первого (когда был взят кредит) сумма долга возрастает на некоторое целое число *y* процентов;

– в декабре каждого года, начиная с первого, клиент должен внести платеж в счет погашения части текущего долга;

– платежи подбираются так, чтобы в январе каждого года сумма долга менялась соответственно таблице:

1 год	2 год	3 год	4 год	5 год	6 год	7 год
А	0,8А	0,65А	0,4А	0,35А	0,2А	0

Какой наибольший процент годовых должен выставить банк, чтобы переплата клиента не превысила половину от суммы взятого кредита?

(*Ответ:* 14%)

7. Студент Миша не смог поступить на бюджет в Университет и поэтому был вынужден взять образовательный кредит сроком на 10 лет. Условия пользования образовательным кредитом таковы:

– в течение первых пяти лет (пока Миша учится в Университете) гасить кредит не нужно, но за пользование кредитом банк начисляет проценты;

– каждый год в течение обучения банк перечисляет на счет Университета сумму в размере 327 680 рублей, равную стоимости годового обучения в Университете;

– один раз в конце года в течение первых пяти лет (после зачисления денег на счет Университета) банк начисляет 12,5% на сумму, которую на этот момент клиент должен банку;

– с 6-ого по 10-ый года клиент обязан устроиться на работу и выплачивать кредит равными платежами раз в полгода.

Чему равен этот платеж?

(*Ответ:* 236 529 рублей)

Задачи на оптимальный выбор

1. В прямоугольной комнате площадью 42 м^2 требуется установить плинтусы по всему периметру. Стоимость 1 м плинтуса составляет 280 рублей. При каких целых линейных размерах комнаты затраты на покупку плинтуса будут наименьшими?

(*Ответ:* 6×7)

2. Строительство нового аквапарка стоит 40 млн. рублей. Затраты на обслуживание x тысяч посетителей составляют $\frac{2}{3}x^2+5x+3{,}5$ млн. рублей в год. Если билеты продавать по цене P тыс. рублей за штуку, то прибыль аквапарка (в млн. рублей) за один год составит $Px-\left(\frac{2}{3}x^2+5x+3{,}5\right)$. Когда аквапарк будет построен, он будет принимать посетителей в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей (желающих будет предостаточно). При каком наименьшем значении P строительство аквапарка окупится не более, чем за 4 года?

(*Ответ:* 11)

3. На двух заводах, которыми владеет Александр, производят одинаковый товар. Если на первом заводе рабочие суммарно трудятся t^2 часов в неделю, то они производят t товаров. Если на втором заводе рабочие трудятся t^2 часов в неделю, то они производят $2t$ товаров. Заработная плата рабочего за час работы составляет 300 рублей. Найдите наименьшую сумму, которую должен потратить на зарплаты рабочим в неделю Александр, чтобы оба завода произвели 600 единиц товара. Ответ дайте в млн. рублей.

(*Ответ:* 21,6 млн. руб.)

4. Компания изготавливает и продает изделия. Если одно изделие стоит 2000 рублей, то реализуется 1000 штук изделий. При снижении средней цены одного изделия на 50 рублей объемы реализации возрастают на 50 штук. При какой цене фирма получит максимальный доход и каково его значение?

(*Ответ:* 1500 рублей, 2250000 рублей)

5. Часть денег от суммы 400 млн. рублей размещена в банке под 12% годовых, а другая часть инвестирована в производство, причем через год эффективность вложения ожидается в размере 250% (то есть вложенная сумма x млн. рублей оборачивается в капитал $2{,}5x$ млн. рублей), затем отчисляются деньги на издержки, которые задаются квадратичной зависимостью $0{,}0022x^2$ млн. рублей. Разность между капиталом и издержками в производстве облагается налогом в 20%. Как распределить капитал между банком и производством, чтобы через год получить общую максимальную прибыль от размещения в банк и вложения денег в производство? Сколько млн. рублей составит эта прибыль?

(*Ответ:* В банк 150 млн. руб., в производство 250 млн. руб. Прибыль 158 млн. руб.)

6. В январе 2014 года процентная ставка по депозитам в банке составила x% годовых, а в январе 2015 года – y% годовых. Вкладчик положил на счет в этом банке в январе

2014 года некоторую сумму денег. В январе 2015 года, спустя год после открытия счета, он снял со счета пятую часть от той суммы, которую положил в 2014 году. Найдите значение x, при котором сумма на счете в январе 2016 года будет наибольшей, если известно, что $x + y = 30$.

(*Ответ:* 25)

7. В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 1 кг алюминия или 2 кг никеля. Во второй шахте имеется 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 1 кг никеля. Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

(*Ответ:* 1050 кг)

8. Андрей владеет двумя заводами. Если на заводе рабочие суммарно трудятся t^2 часов в неделю, то они производят t товаров. Заработная плата рабочего за час работы на первом заводе составляет 200 рублей, а на втором 300 рублей. Андрей хочет выделять на заработную плату рабочим в неделю 2,7 млн. рублей и при этом получать наибольшее количество произведенных товаров. Определите, сколько в этом случае должно быть произведено товаров на каждом заводе.

(*Ответ:* 60 и 90)

9. Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q = 0{,}5x^2 + x + 7$ млн. рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн. рублей) составляет $px - q$. При каком наименьшем значении p через три года суммарная прибыль составит не менее 75 млн. рублей?

(*Ответ:* 9)

10. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 квадратных метров и номера «люкс» площадью 45 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 981 квадратный метр. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» – 4000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

(*Ответ:* 86000 руб.)

11. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 га. На каждом поле можно выращивать картофель или свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором – 200 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 200 ц/га, а на втором – 300 ц/га. Фермер может продавать картофель по 10000 р. за центнер, а свёклу по 13000 р. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

(*Ответ:* 69000000 р.)

12. В начале 2001 г. Алексей приобрёл ценную бумагу за 25000 р. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 3000 р. В накале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В начале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через 15 лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

(*Ответ:* 2003)

Литература

1. А.А. Прокофьев. Математика. ЕГЭ. Социально-экономические задачи (типовое задание 17): учебно-методическое пособие / А.А. Прокофьев, А. Г. Корянов – Ростов-на-Дону, Легион, 2019.
2. А.В. Шевкин. Математика. Трудные задания ЕГЭ. Задачи с экономическим содержанием: учеб. пособие для общеобразоват. организаций: профильный уровень /А.В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2020.
3. А.С. Шестаков. ЕГЭ 2021. Математика. Задачи с экономическим содержанием. Задача 17 (профильный уровень) / Под ред. И.В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2021.
4. Симонов А.С – Проценты и банковские расчёты// Математика в школе- Москва 1998-№4
5. https://math-ege.sdamgia.ru/ Решу ЕГЭ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам